

Distribución de Bernoulli

Ejemplo:

"Lanzar un dado y salir un 6".

Cuando lanzamos un dado tenemos 6 posibles resultados:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Estamos realizando un único experimento (lanzar el dado una sola vez).

Se considera éxito sacar un 6, por tanto, la probabilidad según el principio de indiferencia (casos favorables dividido entre casos posibles) será $1/6$.

$$p = 1/6$$

Se considera fracaso no sacar un 6, por tanto, se considera fracaso sacar cualquier otro resultado.

$$q = 1 - p = 1 - 1/6 = 5/6$$

La variable aleatoria X medirá "número de veces que sale un 6", y solo existen dos valores posibles, 0 (que no salga 6) y 1 (que salga un 6).

Por tanto, la variable aleatoria X se distribuye como una Bernoulli de parámetro $P = 1/6$

$$X \sim Be(1/6)$$

La probabilidad de que obtengamos un 6 viene definida como la probabilidad de que X sea igual a 1.

$$P(X = 1) = f(1) = (1/6)^1 * (5/6)^0 = 1/6 = 0.1667$$

La probabilidad de que NO obtengamos un 6 viene definida como la probabilidad de que X sea igual a 0.

$$P(X = 0) = f(0) = (1/6)^0 * (5/6)^1 = 5/6 = 0.8333$$

Distribución de Binomial

Ejemplos

Las siguientes situaciones son ejemplos de experimentos que pueden modelizarse por esta distribución:

- Se lanza un dado diez veces y se cuenta el número X de tres obtenidos:
entonces $X \sim B(10, 1/6)$
- Se lanza una moneda dos veces y se cuenta el número X de caras obtenidas:
entonces $X \sim B(2, 1/2)$

Experimento Binomial:

Existen muchas situaciones en las que se presenta una experiencia binomial. Cada uno de los experimentos es independiente de los restantes (la probabilidad del resultado de un experimento no depende del resultado del resto). El resultado de cada experimento ha de admitir sólo dos categorías (a las que se denomina éxito y fracaso). Las probabilidades de ambas posibilidades han de ser constantes en todos los experimentos (se denotan como p y q o p y $1-p$).

Se designa por X a la variable que mide el número de éxitos que se han producido en los n experimentos.

Cuando se dan estas circunstancias, se dice que la variable X sigue una distribución de probabilidad binomial, y se denota $B(n,p)$.

Supongamos que se lanza un dado (con 6 caras) 50 veces y queremos conocer la probabilidad de que el número 3 salga 20 veces. En este caso tenemos una $X \sim$

$B(50, 1/6)$ y la probabilidad sería

$$P(X = 20) = \binom{50}{20} (1/6)^{20} (1 - 1/6)^{50-20} \quad P(X=20):$$

En teoría de probabilidad y estadística, la distribución geométrica es cualquiera de las dos distribuciones de probabilidad discretas siguientes:

- la distribución de probabilidad del número X del ensayo de Bernoulli necesaria para obtener un éxito, contenido en el conjunto $\{ 1, 2, 3, \dots \}$ o
- la distribución de probabilidad del número $Y = X - 1$ de fallos antes del primer éxito, contenido en el conjunto $\{ 0, 1, 2, 3, \dots \}$.

Distribución de Binomial Negativa o Pascal

Si la probabilidad de que un niño expuesto a una enfermedad contagiosa la contraiga es 0,40, ¿Cuál es la probabilidad de que el décimo niño expuesto a la enfermedad sea el tercero en contraerla? En este caso, X es el número de niños expuestos la enfermedad y

$$x = 10, k = 3, \theta = 0,40$$

La solución es:

$$b^*(10; 3; 0,4) = \binom{10-1}{3-1} 0,4^3 (1-0,4)^{10-3} = \binom{9}{2} 0,4^3 (0,6)^7 = 0,0645$$

En un proceso de manufactura se sabe que un promedio de 1 en cada 10 productos es defectuoso, ¿cuál es la probabilidad que el quinto (5) artículo examinado sea el primero (1) en estar defectuoso?. La solución es: X= artículos defectuosos $P = 1/10 = 0,1$ $q = 1 - 0,1 = 0,9$ $x = 5$ ensayos $K = 1$ $b^*(5; 1, 0.1) = (5-1 \setminus 1-1)(0.1)^1 (0.9)^{5-1} = b^*(5; 1, 0.1) = 6.6\%$ de probabilidad que el quinto elemento extraído sea el primero en estar defectuoso.